



РЕГИОНАЛЬНЫЙ КОНКУРС ШКОЛЬНИКОВ ЧЕЛЯБИНСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТСКОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ОКРУГА  
ПО МАТЕМАТИКЕ, ИНФОРМАТИКЕ И КРИПТОГРАФИИ 2026 г.  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ТУР, 9 класс  
Максимальное количество баллов – 32

1. (5 баллов) В таблице приведены данные о выработке трёх рабочих за 4 дня.

Рабочий	День 1	День 2	День 3	День 4	Среднее значение за 4 дня
А	40	x	50	60	50
В	y	60	40	z	n
С	50	u	t	70	55

Известно:

1. Сумма выработок у всех рабочих вместе равна 640
2. Минимальное значение выработки 40
3. Максимальное значение выработки 75 и встречается в таблице ровно 1 раз
4. У рабочего В ровно два дня выработка была меньше среднего значения рабочего С
5. У рабочего С ровно один день выработка равна среднему значению
6. Все значения в таблице целые и кратны 5

Определите значения  $x, y, z, u, t, n$ . В ответе запишите их сумму.

Решение:

Если максимальная выработка равна 75, то пусть  $y = 75$ , тогда из п.1  
 $40 + 50 + 50 + 60 + 75 + 60 + 40 + z + 50 + 55 + 45 + 70 = 640$

$z = 45$ , п.4 выполнен

Найдем  $n$

$$(75 + 60 + 40 + 45)/4 = 55$$

Тогда  $u = 55, t = 45, x = 50, y = 75, z = 45, n = 55$ .

Вычислим сумму  $55 + 45 + 50 + 75 + 45 + 55 = 325$

**Ответ: 325**

Критерии оценивания:

Полное решение – 5 баллов

Только ответ без решения – 1 балл

Нет решения или неверное решение – 0 баллов

2. (4 балла) Студент Василий придумал новую шифровку, вот она:

ССХБЁОРВЭФЙЙМЙНЖОКСУТОЭЕВКНАГТТБЕОНЁНСОДОГШЗЖ

К шифровке прилагается вот такой ключ, использованный для шифрования:

+0-1+2-3+1+1-2+0-3+3+1-2+4+0+0+2-1-1+3-2+4-2-3

-3+1+2-3+0-2+0+1+2+3+4-3-3-2-1+0+1-2+3+4-1-2

Расшифруйте шифровку Василия.

Решение: Каждое число соответствует сдвигу алфавита, как в шифре Цезаря.

С Т У Д Е Н Т В А С И Л И Й Н Е П Л О Х О Р А З Б И Р А Е Т С Я В К Р И П Т О Г Р А Ф И И  
+0-1+2-3+1+1-2+0-3+3+1-2+4+0+0+2-1-1+3-2+4-2-3-3+1+2-3+0-2+0+1+2+3+4-3-3-2-1+0+1-2+3+4-1-2  
С С Х Б Ё О Р В Э Ф Й М Н Ж О К С У Т О Э Е В К Н А Г Т Т В Е О Н Ё Н С О Д О Г Ш З Ж

**Ответ: СТУДЕНТ ВАСИЛИЙ НЕПЛОХО РАЗБИРАЕТСЯ В КРИПТОГРАФИИ**

решения или Критерии оценивания:

Полное решение – 5 баллов

Только ответ без решения – 1 балл

Нет неверное решение – 0 баллов

3. (5 баллов) Пусть  $S(n)$  – это сумма чётных цифр числа  $n$ .

Например,  $S(2025) = 2 + 0 + 2 = 4$ ,  $S(2026) = 2 + 0 + 2 + 6 = 10$ .

Найдите значение выражения  $S(1) + S(2) + \dots + S(2026)$ .

Решение:

Добавим в выражение  $S(0) = 0$  для удобства.

Разряд единиц: каждые 10 чисел (0-9, 10-19, ...) дают в разрядке единиц  $0 + 2 + 4 + 6 + 8$ . Всего у нас 202 десятка чисел (от 0 до 2019), плюс 2020, 2022, 2024 и 2026 дают  $0 + 2 + 4 + 6$ . Итого имеем  $202 \cdot (0 + 2 + 4 + 6 + 8) + 0 + 2 + 4 + 6 = 4052$ .

Разряд десятков: каждые 100 (0-99, 100-199, ...) чисел дают в разрядке десятков  $0 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 10$ . Всего у нас 20 сотен чисел (от 0 до 1999), числа от 2000 до 2019 не дают ничего плюс каждое из чисел от 2020 до 2026 даёт 2. Итого имеем  $20 \cdot 10 \cdot (0 + 2 + 4 + 6 + 8) + 2 \cdot 7 = 4014$ .

Разряд сотен: каждые 1000 (0-999 и 1000-1999) чисел дают в разрядке сотен  $0 \cdot 100 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 100 + 8 \cdot 100$ . Всего у нас 2 тысячи чисел (от 0 до 1999), числа от 2000 до 2026 не дают ничего. Итого имеем  $2 \cdot 100 \cdot (0 + 2 + 4 + 6 + 8) = 4000$ .

Разряд тысяч: только числа от 2000 до 2026 дают 2 в разряде тысяч. Итого имеем  $2 \cdot 27 = 54$ .

В сумме получим  $4052 + 4014 + 4000 + 54 = 12120$ .

**Ответ: 12120.**

Критерии оценивания:

Полное решение – 5 баллов

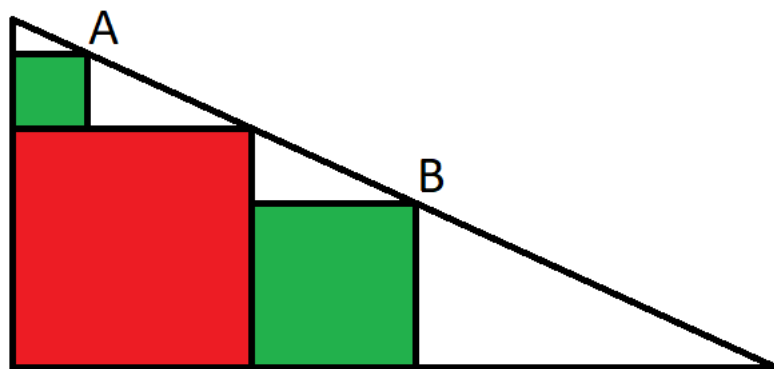
Если допущена арифметическая ошибка при подсчёте снять 0,5 балла

Частичное решение (например, правильно посчитаны 1–2 разряда, но дальше ошибка) – 2 балла

Только идея разбиения, но ничего не посчитано – 1 балл

Нет решения, неверное решение или только ответ без решения – 0 баллов

4. (7 баллов) На рисунке изображён прямоугольный треугольник, красным и зелёным цветом выделены квадраты. Длина отрезка АВ равна 6. Чему равна суммарная площадь двух зелёных квадратов?



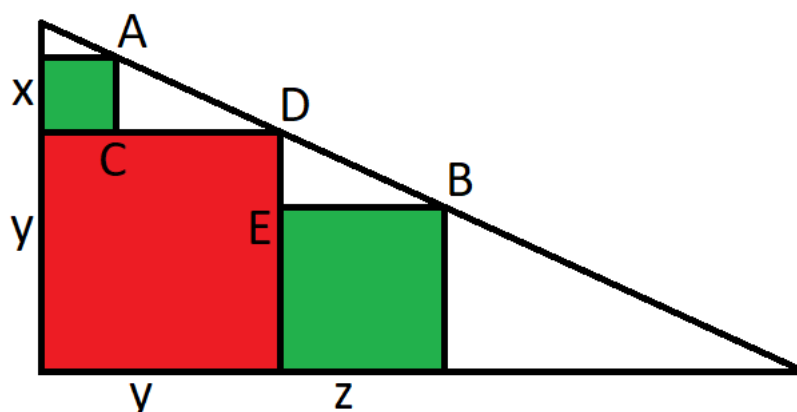
Решение:

Пусть сторона одного зелёного квадрата равна  $x$ , сторона красного квадрата –  $y$ , другого зелёного –  $z$ .

Тогда  $AC = x$ ,  $CD = y - x$ ,  $DE = y - z$ ,  $EB = z$ .

Треугольники  $ACD$  и  $DEB$  подобны, поэтому

$$\frac{AC}{CD} = \frac{DE}{EB} \Leftrightarrow \frac{x}{y-x} = \frac{y-z}{z}.$$



Отсюда

$$xz = (y-x)(y-z) = y^2 - yz - xy - xz$$

$$0 = y^2 - yz - xy$$

$$0 = y(y - z - x)$$

Так как  $y > 0$ , единственное решение это  $y = x + z$ .

Отсюда  $y - x = z$  и  $y - z = x$ . Таким образом  $AC = DE$  и  $CD = EB$ . А значит треугольники  $ACD$  и  $DEB$  равны. А значит  $AC = DB = 3$ .

По теореме Пифагора для треугольника  $ACD$   $x^2 + z^2 = 3^2 = 9$ .

А  $x^2 + z^2$  и есть искомая сумма площадей.

**Ответ: 9.**

Критерии оценивания:

Полное решение – 7 баллов

Сделаны выводы о связи сторон большого и маленького треугольника, но не получен итоговый ответ – 5 баллов

Доказаны, что треугольники подобны, дальше решения нет – 2 балла

Нет решения, неверное решение или только ответ без решения – 0 баллов

5. (5 баллов) Информация о файловой системе представлена в таблице.

Имя	Родитель	Тип	Размер(Мбайт)
/	-	D	-
A	/	D	-
B	/	D	-
C	A	D	-
f1	A	F	10
f2	A	F	12
D	B	D	-
f5	B	F	7
f3	C	F	8
f4	C	F	15
f6	D	F	20
f7	D	F	9
f8	D	F	5

Столбец Имя содержит имя файла/каталога.

Столбец Родитель содержит информацию о родительском каталоге для текущего объекта.

Столбец Тип содержит информацию о типе файла (D - каталог, F - файл).

Столбец Размер содержит размер файла в Мегабайтах.

Найдите каталог, удаление которого приведет к тому, что вес корневого каталога станет минимально возможным, но не меньше 50 Мбайт.

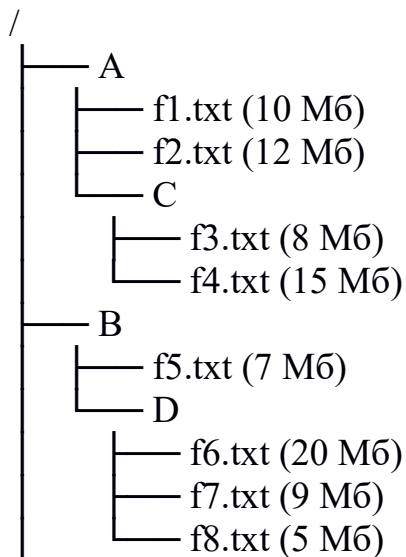
В ответе запишите размер полученного корневого каталога после удаления.

Укажите только число, единицы измерения указывать не нужно.

Примечание: корневой каталог обозначен символом /. Вес каталога равен сумме размеров всех файлов в нем и во всех его подкаталогах.

Решение:

Построим схему файловой структуры по предложенной таблице



Посчитаем объемы каталогов:

$$D = 20 + 9 + 5 = 34 \text{ Мб}$$

$$B = 34 + 7 = 41 \text{ Мб}$$

$$C = 8 + 15 = 23 \text{ Мб}$$

$$A = 23 + 12 + 10 = 45 \text{ Мб}$$

$$/ = 45 + 41 = 86$$

Так как финальный вес корневого каталога не должен быть меньше 50 Мбайт, то значит максимум, что можно удалить – каталог D.

Таким образом, объем корневого каталога после удаления  $86 - 34 = 52 \text{ Мб}$

**Ответ: 52.**

Критерии оценивания:

Полное решение – 5 баллов

Сделаны шаги в правильном направлении, есть понимание, как устроена файловая структура, но решение не доведено до конца – 2 балла

Нет решения, неверное решение или только ответ без решения – 0 баллов

6. (6 баллов) Студент Василий изучает основы криптографии и решил придумать собственную хеш-функцию для слов. Он знает, что хеш-функция — это способ превратить сообщение любой длины в короткое число (хеш), причём:

- одно и то же слово всегда даёт один и тот же хеш;
- восстановить слово по хешу сложно;
- иногда разные слова могут иметь одинаковый хеш — это называется коллизией.

Василий придумал хеш-функцию, работающую по следующим правилам:

- каждой букве ставим в соответствие её номер в алфавите, А=1 ... Я=33
- позиция буквы при чтении слова справа налево влияет на хеш (см. пример)
- итоговый хеш – это остаток от деления получившегося на предыдущем шаге числа на 1000.

Василий в качестве пример посчитал хеш для слова КОЛБАСА.

К = 12 (позиция 7)

О = 16 (позиция 6)

Л = 13 (позиция 5)

Б = 2 (позиция 4)

А = 1 (позиция 3)

С = 19 (позиция 2)

А = 1 (позиция 1)

Считаем хеш:

$$\begin{aligned} & 12 \cdot 5^{7-1} + 16 \cdot 5^{6-1} + 13 \cdot 5^{5-1} + 2 \cdot 5^{4-1} + 1 \cdot 5^{3-1} + 19 \cdot 5^{2-1} + 1 \cdot 5^{1-1} = \\ & = 12 \cdot 5^6 + 16 \cdot 5^5 + 13 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^3 + 1 \cdot 5^2 + 19 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = \\ & = 187500 + 50000 + 8125 + 250 + 25 + 95 + 1 = 245996 \end{aligned}$$

Берём остаток от деления на 1000 этого числа и получаем хеш 996.

После «колбасы» Василий нашёл хеш для своего имени ВАСИЛИЙ. А затем придумал и коллизию для слова ВАСИЛИЙ: другое слово (не обязательно существующее в русском языке, это может быть любой набор букв), хеш которого совпал с хешем слова ВАСИЛИЙ.

Что ж, а сможете ли вы вычислить хеш слова ВАСИЛИЙ и найти коллизию для этого слова?

Решение:

Найдём хеш для слова ВАСИЛИЙ.

В = 3 (позиция 7)

А = 1 (позиция 6)

С = 19 (позиция 5)

И = 10 (позиция 4)

Л = 13 (позиция 3)

И = 10 (позиция 2)

Й = 11 (позиция 1)

Считаем хеш:

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 5^{7-1} + 1 \cdot 5^{6-1} + 19 \cdot 5^{5-1} + 10 \cdot 5^{4-1} + 13 \cdot 5^{3-1} + 10 \cdot 5^{2-1} + 11 \cdot 5^{1-1} = \\ & = 3 \cdot 5^6 + 1 \cdot 5^5 + 19 \cdot 5^4 + 10 \cdot 5^3 + 13 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5^1 + 11 \cdot 5^0 = \\ & = 46875 + 3125 + 11875 + 1250 + 325 + 50 + 11 = 63511 \end{aligned}$$

Итоговый хеш 511.

Самая простая идея для коллизии – увеличить третью букву на 1, т.е. Л=13 заменить на М=14. Это увеличит итоговую сумму на 25. Теперь 25 нужно как-то от суммы отнять. Это можно сделать уменьшив вторую букву на 5, т.е. И=10 заменить на Д=5. Получили ВАСИМДЙ.

**Ответ: 511; коллизий много, например, ВАСИМДЙ.**

Критерии оценивания:

Правильно найден хеш – 2 балла

Приведен пример коллизии и дано пояснение к нему – 4 балла

Нет решения или неверное решение, ответ без решения – 0 баллов